

Belső feszültségek szimulációja kúszási alakváltozás során

Tárgyszavak: műanyag; kúszás; szimuláció; összenyomhatóság; háromtengelyű terhelés; Von Mises-modell; Beltrami-modell; Huber-modell; nyomáskifejezési hányados.

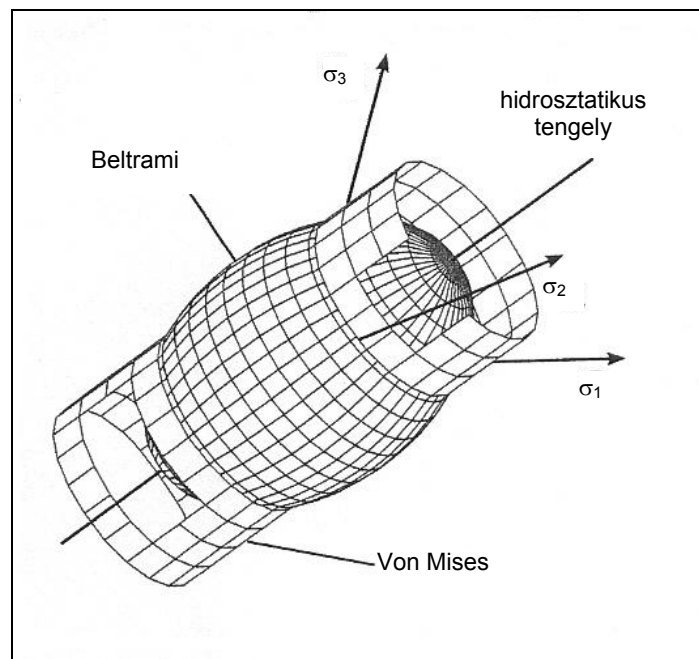
Szimulációs modellek és adatok

A gyakorlati szimulációs feladatok esetében a mérnököknek gyakran nem áll rendelkezésre megbízható adat az anyagok viselkedéséről, és előre nem lehet tudni, hogy az elérhető adatok az adott terhelés és alkalmazás szempontjából használhatók-e. Először *olyan anyagmodellt kell kialakítani, amely erősítetlen hőre lágyuló műanyagok és többtengelyű kúszás esetében a keresztirányú kontrakciót, valamint húzó és nyomó igénybevétel esetében más anyagjellemzőket jól leírja.* A modellt mérési eredményekkel és végeelem-számításokkal kell ellenőrizni. A modell birtokában a feszültségkifejeződési hányados fogalma segítségével lehet eldönteni, hogy melyik modell alkalmas a termékek szimulációjára.

Adatbankok és modellek

Műanyagok alkalmazásakor nagyon gyakran lép fel kúszás többtengelyű terhelés hatására. Az adatbankokban levő adatok rendszerint csak egyszerű (pl. egytengelyű) terhelések hatására fellépő kúszási adatokat tartalmaznak, amelyek nem vihetők át egyszerűen többtengelyű terhelésekre, ezért a szimulációkban sokszor hamis méretezést alkalmaznak. Csövek belső nyomás hatására bekövetkező deformációjakor pl. ismert, hogy a megfigyelt deformációk nagyobbak, mint a Von Mises-kritérium alapján várni lehet. Definiálni kell tehát egy hőre lágyuló műanyagokra vonatkozó kúszási kritériumot. A hőre lágyuló műanyagok másik különlegessége az, hogy nyomás és húzás hatására nem teljesen egyformán viselkednek, és bizonyos mértékig összenyomhatók, amit a jelenlegi elméletekben csak korrekciós tényezők segítségével lehet figyelembe venni. Pontos számítást azonban csak akkor lehet végezni, ha a megfelelő anyagmodellek és anyagjellemzők rendelkezésre állnak. *A háromdimenziós kúszás számítására első közelítésben alkalmazni lehet a Von Mises fe-*

szültségi hipotézist (1. ábra). A modell az alakdeformációs energiára vonatkozik, és összenyomás nélküli kúszási deformációt tételez fel. Ez a modell minden standard végelem (FEM) program része, ezért széles körben alkalmazzák (többek között acélok és acélbetonok, tartószerkezetek, hidak terhelhetőségének becslésére) – és összenyomhatatlan szerkezeti anyagok esetében jó eredményeket is szolgáltat. Ha azonban ezzel a modellel hőre lágyuló műanyag tárgyakat méreteznek, könnyen alulméretezhetik a terméket – különösen akkor, ha a fő terhelés többtengelyű. Az összenyomható, hőre lágyuló műanyagok esetében ugyanis ez a leírás eltér a valóságtól. A nyomási tartományban a modell a valóságosnál „engedékenyebb” viselkedést jósol.



1. ábra A Von Mises- és a Beltrami-modellek ábrázolása a fő feszültségtérben (a henger jelöli a Von Mises-, az ellipszoid a Beltrami-modellt)

A kúszási kísérletben sok jelenség leírható a *Beltrami-modellel*, amely egy egységes változó függvénye. Ez a modell jó eredményt ad a keresztirányú kontrakcióra az egyirányú kúszáskor. Nyomás alatti kúszásnál a modell túl merev viselkedést jósol.

Vannak még más modellek is (pl. a paraboloid vagy kúpmodell), amelyek azonban nyomás közben nem megfelelő eredményt adnak a keresztirányú kontrakcióra. Ezek a modellek tehát nem alkalmazhatók megfelelően a hőre lágyuló műanyagok többtengelyű kúszásának leírására. Kompromisszumként *célszerű tehát kombinált modellt alkalmazni, pl. mint amilyent Huber már 1904-ben javasolt (2. ábra)*. Ez a modell egyesíti a Beltrami-modell előnyeit a húzási tartományban és az inkompresszibilitási (összenyomhatatlansági) hipo-

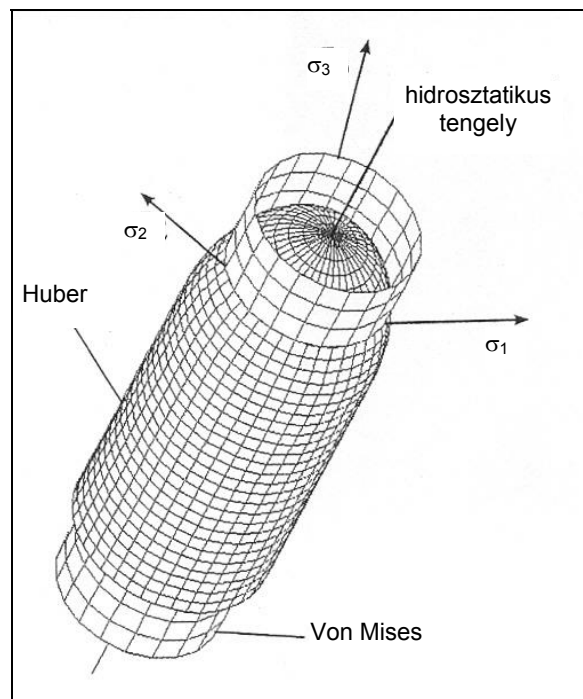
tézist a nyomási tartományban. Egyetlen további anyagállandót tételez fel, egy k eltolódási tényezőt, amely a Von Mises szerinti henger elhelyezkedését írja le a nyomási tartományban:

$$\sigma_{Huber} = \frac{\sigma_{Mises}}{k} \quad \text{ha } I_1 < 0$$

$$\sigma_{Huber} = \frac{1}{k} \sqrt{(k^2 - 1)I_1^2 + \sigma_{Mises}^2} \quad \text{ha } I_1 > 0$$

ahol $1 \leq k \leq 1,22$, I_1 pedig a normál feszültségek összege:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$



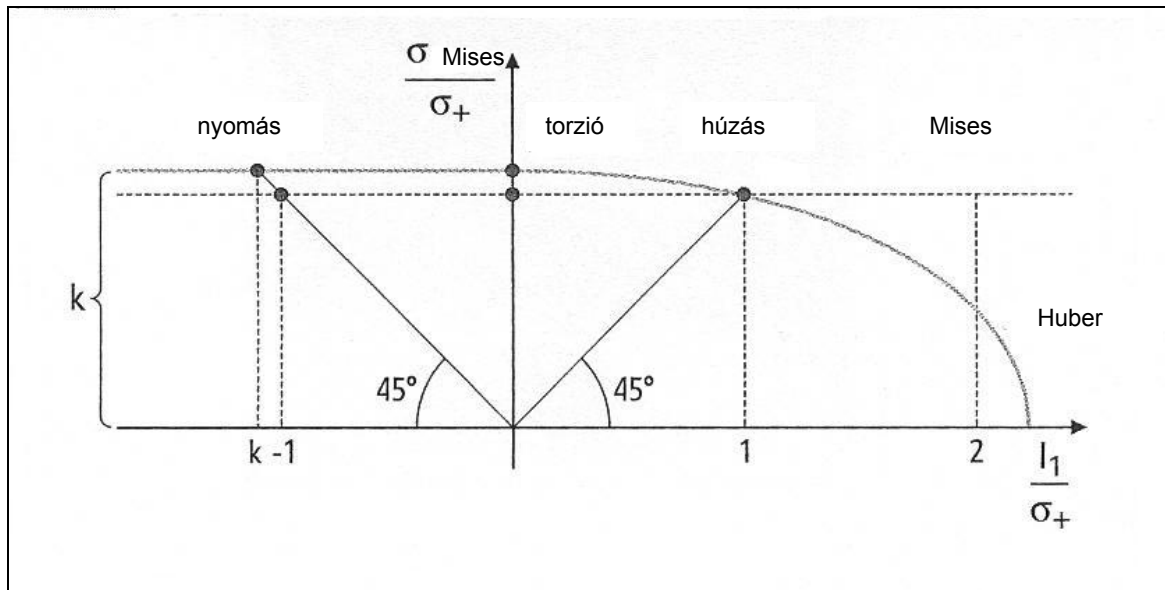
2. ábra A Von Mises és Huber szerinti potenciálok (a nyitott henger a Von Mises-modellnek, a felülről zárt henger a Huber-modellnek felel meg)

Ezt az anyagállandót egy metszetben a 2. ábra szerinti hidrosztatikus tengellyel lehet ábrázolni (3. ábra). Ebben az ábrázolásban láthatók a modellek közti eltérések. Ha az abszcissa negatív, a Von Mises-modell túlméretezéshez vezet. Ha az abszcissa nagyobb 1-nél, alulméretezéssel kell számolni. A két modell definíció szerint azonos értéket szolgáltat egytengelyű húzás-

nál (σ_+), és a *Huber-modell* szerint különbség van a nyomás és a húzás között. A k anyagállandó és a keresztirányú összehúzódást leíró *Poisson-szám* (ν) között a következő kapcsolat van:

$$k = \sqrt{\frac{3}{2(\nu + 1)}}$$

$k = 1$ értéknél a Huber-modell átmegy a Von Mises-modellbe.



3. ábra A Huber-modell az invariáns síkon ábrázolva, a különböző terhelések esetére (egy tengelyű húzás, torzió, egy tengelyű nyomás)

Az anyagállandó meghatározása

A *Poisson-állandóval* való kapcsolat nyújt lehetőséget arra, hogy kísérletileg is meghatározzák az anyagállandót. Az EN ISO 527 szabvány szerinti szobahőmérsékletű húzóvizsgálatban két lézeres extenzométert alkalmazva poli(butilén-tereftalátra) (PBT) meghatározták a Poisson-számot, amelyet 10^5 sec fölött egy tangens hiperbolikus függvényvel illesztettek. Úgy tűnik, hogy a Poisson szám határozottan emelkedik idővel, de egy határértékhez tart, és az összenyomhatatlanság feltétele nem teljesül. A gyakorlatilag fontos terhelési tartományban a PBT-re 1,02–1,03 körüli k érték adódott.

A *Huber-modell*t szubrutinként beépítették egy *Abaqus* végelem-programba, amely ezután ennek figyelembevételével tudta számításait elvégezni – most már tetszőleges bonyolultságú geometriára. A nyomásviszonyok jellemzésére egy új paramétert, az ún. nyomáskifejeződési hányadost vezettek

be, amely nem más, mint a normálfeszültségek összegének és a Von Mises-feszültségnek a hányadosa:

$$q_H = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_{Mises}}$$

A q_H érték $+\infty$ és $-\infty$ között változhat (4. ábra). Végtelen érték akkor adódik, ha egyforma, háromtengelyű terhelés lép fel ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \neq 0$). A Von Mises modell ilyenkor 0 összehasonlító feszültséget jósol, ezért az anyag ilyen körülmények között nem mutathat kúszást – de a megfigyelések szerint ez nem igaz. Minél nagyobb tehát a nyomáskifejeződési hányados a húzási tartományban, annál pontatlanabb lesz a Von Mises-modell szerint végzett méretezés. Ilyen esetekben tehát a Huber-modellt kell használni, és meg kell határozni a k anyagállandó értékét.

Terhelés									
	$\sigma_1 > 0$ $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = \sigma_2 > 0$ $\sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = 2\sigma_2 > 0$ $\sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 > 0$	$\sigma_1 = -\sigma_2$ $\sigma_3 = 0$	$\sigma_1 > 0$ $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = \sigma_2 < 0$ $\sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = 2\sigma_2 < 0$ $\sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 < 0$
q_H	1	2	$\sqrt{3}$	$+\infty$	0	-1	-2	$-\sqrt{3}$	$-\infty$

4. ábra A nyomáskifejeződési hányados értéke néhány tipikus terhelés esetében (a definíciót lásd a szövegben)

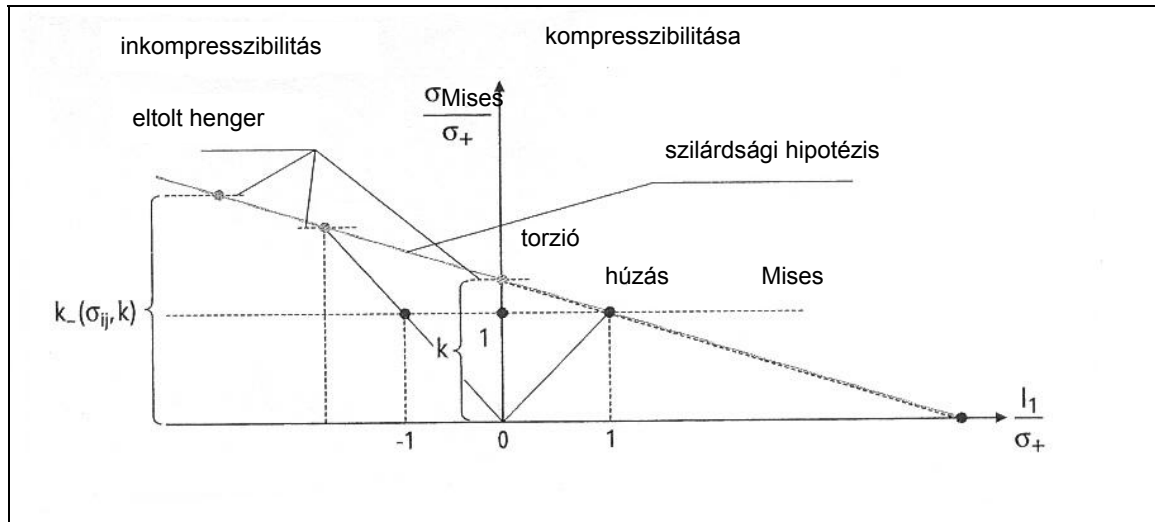
Egy konkrét fröccstermék szimulációjakor pl. kiderült, hogy a termék nagyobb részén $q_H < 0$, vagyis a nyomás tartományában van, a Von Mises-kritérium alkalmazása enyhe túlméretezéshez vezet. A termékben alig van olyan rész, ahol a $q_H > 1$ feltétel érvényesülne, ezért itt nem szükséges az anyagállandó meghatározása. Ha azonban pl. egy belső nyomással terhelt műanyag tartályt szimulálnak, jelentős húzófeszültségek ébrednek, ezért itt feltétlenül szükséges a Von Mises-modellnek a Huber-moddellel történő helyettesítése.

Az eddigi modellek kiterjesztési lehetőségei

A polikarbonát (PC) és a PBT kúszásának vizsgálata kimutatta, hogy a Huber-modell szerint számolt alkatrészek a $q_H < 0$ tartományban a valóságosnál „engedékenyebbek” mutatkoztak, vagyis a modell még további finomításra szorul. Ennek egy lehetősége a Von Mises modell és a kúp- vagy parabolamodell kombinációja (5. ábra). A parabolamodell a nyomási tartományban

($q_H < 0$) nem megfelelő keresztirányú kontrakciót jósol, ezért ott csak egy összehasonlító feszültség (σ_V) kiszámítására használják, és ebből számítják ki az ún. kvázi-nem-asszociált kúszási törvény k együtthatóját:

$$k_{(\sigma_{i,j,k})} = \frac{\sigma_{Mises}}{\sigma_V}$$



5. ábra Kvázi-nem-asszociált kúszási modell (a Von Mises-henger korrekciója a k , értékkel, a parabolamodell szerint)

Külön feladat megtalálni azokat a q_H tartományokat, ahol ez a modell jobb eredményeket szolgáltat, mint a korábban ismertettek. Ezek a területek nem korlátozódnak a $q_H > 0$ tartományra, hanem kiterjedhetnek a $q_H \leq 0$ (nyomási) tartományra is.

A hőre lágyuló műanyagok többtengelyű terhelésének modellezésekor tehát túl kell lépni a Von Mises-modell korlátjain, és figyelembe kell venni a műanyagok kompresszibilitását és a Poisson-szám időfüggését a kúszás során. A bevezetett kúszás-kifejeződési hányad lehetőséget nyújt olyan feszültségi tartományok elkülönítésére, amelyekben az egyes korrigált modellek a tapasztalattal jobban megegyező eredményeket adnak, ezért ott jobban használhatók a termékek méretezésére.

Dr. Bánhegyi György

Kolupaev, V.; Moneke M.; Becker F.: Spannungsausprägung beim Kriechen. = Kunststoffe, 94. k. 11. sz. 2004. p. 79–82.

Nichtlineare Systemanalyse für Flächenanalyse. InfoGraph Software für die Tragwerkspannung. = www. infograph.de, 2005. 05. 03.

EGYÉB IRODALOM

Čatič, I.; Cvetičanin, N.; Rujnič-Sokele, M.: Temperaturfelder und Wärmebilanzen in Werkzeugen zum Spritzgießen von reaktionsfähigen Polymeren. (Hőmérsékletmezők és hőegyensúlyok reakcióképes polimerek fröccsöntő szerszámaiban.) = Gummi, Fasern, Kunststoffe, 57. k. 12. sz. 2004. p. 773–778.